**«Проблемное обучение на уроках математики»**

Поскольку традиционное обучение не отвечает современным требованиям общества, существует объективная необходимость применения новых методов обучения, которые позволят формировать творческих знающих специалистов, способных самостоятельно решать научные проблемы.

 Глубокие, прочные и, главное, осознанные знания могут получить все школьники, если развивать у них не столько память, сколько логическое мышление. Ведь не секрет, что учитель довольно часто встречается с такой ситуацией: он рассказывает и показывает иллюстрации, но некоторые ученики его не слышат, поскольку голова занята совсем другим. Как до таких «достучаться» и «вернуть» на урок?

Начальным моментом мыслительного процесса обычно является проблемная ситуация. Мыслить человек начинает, когда у него появляется потребность что-то понять. Мышление обычно начинается с проблемы или вопроса, с удивления или недоумения, с противоречия.

Если учитель не будет постоянно заботиться об этом, поставляя «пищу для ума», то ученики не смогут состояться как творческие личности.

Если учитель хорошо усвоит содержание и сущность теории организации процесса проблемного обучения, овладеет формами, методами и техническими средствами обучения и будет систематически творчески применять усвоенное на практике, то успех придет сам.

Проблемное обучение – это тип развивающего обучения, содержание которого представлено системой проблемных задач различного уровня сложности. В процессе решения таких задач учащимся в их совместной деятельности с учителем и под его общим руководством происходит овладение новыми знаниями и способами действия, а через это – формирование творческих способностей: продуктивного мышления, воображения, познавательной мотивации, интеллектуальных эмоций.

Можно выделить три группы проблемных ситуаций:

а) познавательные (теоретическое мышление);

б) оценочные (критическое мышление);

в) организаторско - производственные (практическое мышление).

Познавательные проблемы решаются сравнением, выдвижением гипотез, предположений и т.д. В результате появляются новые законы и выводы в науке, новые понятия.

Оценочные проблемы требуют критической оценки предметов и результатов труда.

Решение организаторско - производственных проблем связано с поиском путей различных положительных изменений окружающей действительности и способствует развитию практического мышления, а также ведёт к поиску применения знаний на практике.

Как же учителю применить эти теоретические знания на практике, на уроке?

Внутренняя часть структуры проблемного урока состоит из следующих этапов:

 • возникновение проблемной ситуации и постановка проблемы;

 • выдвижение предположений и обоснование гипотезы;

 • доказательство гипотезы;

 • проверка правильности решения проблемы.

Учитель на таком уроке «проводит» учеников через звено постановки проблемы одним из следующих путей:

через создание проблемной ситуации подводящим диалогом;

через систему посильных вопросов и заданий, которые шаг за шагом приводят к формулированию темы урока;

через сообщение темы урока в готовом виде, но с применением специального мотивирующего приёма.

**Приведу примеры.**

7 класс, урок геометрии по теме «Сумма углов треугольника».

С учениками гуманитарного класса проводится небольшая беседа о роли великих людей в истории развития математики и предлагается проанализировать слова А. Данте: «… что как для смертных истина ясна,

что в треугольник двум тупым не влиться…».

 Или проводится практическая работа, с использованием готовых моделей: склеиваем поочередно углы … Делаем вывод: сумма углов треугольника 180 градусов, хотя треугольники у всех разные, а результат получился одинаковый. Но обязательно найдется 1-2 ученика, у которых другой результат. Поэтому доказываем теорему.

Ученики мотивированы на изучение нового материала, и не только ученики среднего звена. Так, например, урок алгебры в 10 классе, посвящённый исследованию функции с помощью производной.

Предлагается вопрос: Как понять это утверждение: «Неважно сколько ученик знает, но важно, чтобы у него была положительная производная»? При обсуждении учащиеся приходят к выводу: это означает, если скорость приращения знаний у ученика будет положительной, то его знания возрастут. Предлагается охарактеризовать три разные кривые роста знаний, изображённые на рисунке. Данные графики позволили проанализировать деятельность и результативность трех человек, проведено исследование.

Переходим к теме урока «Исследование функции с помощью производной и построение его графика». Повторив понятие касательной к графику функции, и связав её угловой коэффициент с производной функции в данной точке, предлагается взять несколько точек на кривой графика и провести в них касательные. В чем их различие? Графики касательных либо возрастают, если коэффициент больше нуля либо убывают, если их коэффициент меньше нуля. Значит, производная функции связана с самой функции еще и тем, что, если производная больше нуля, то сама функция на данном интервале возрастает, если производная функции меньше нуля, то сама функция будет убывать. Этот вывод дают сами учащиеся. Тут же у кого-то возникает идея, значит, если я буду знать график производной, то можно схематически набросать и график самой функции.

Даю учащимся возможность построить схематически графики функций по заданному графику производной. И снова проблема: как же построить саму функцию? Что не достает для построения? Идет поиск решения возникшей проблемы.

Проблемное обучение эффективно способствует формированию у обучающихся математического склада мышления, появлению интереса к предмету, прививает навыки исследовательской работы и желание самостоятельно решать возникшие ситуации.

Учитель должен внимательно следить за развитием интересов учащихся. Учащиеся, в свою очередь, должны быть уверены, что, разрешая эти проблемы, они открывают новые и полезные для себя знания.

Обучение учащихся ставить вопросы (проблемы) – важнейший фактор роста качества обучения, средство подготовки к творчеству, труду.

 Плутарха есть известная притча о работниках, которые везли тачки с камнями. Работников было трое. К ним подошёл человек и задал каждому и них один и тот же вопрос: «Чем ты занимаешься?» Ответ первого был таков: «Везу эту проклятую тачку». По-иному ответил второй: «Зарабатываю себе на хлеб». Третий воодушевлённо провозгласил: «Строю прекрасный храм!» Все они выполняли одну и ту же работу, но думали о ней, а, следовательно, и выполняли её по-разному. Поэтому, прежде всего, необходимо осознание школьниками полезности своего учебного труда, осознание мотивов своей деятельности.

Создание проблемных ситуаций требует от педагога владения специальными методическими приемами. Они имеют общую специфику в каждом учебном предмете. Некоторые приемы обобщенного характера.

Предварительные домашние задания. Они позволяют поставить на уроке учебные проблемы, к которым учащиеся уже подошли самостоятельно, столкнувшись с реальными познавательными затруднениями в процессе выполнения домашнего задания. Характер таких заданий может быть различен: анализ условия и решения, выполнение практических действий, наблюдение и др.

(Практическая домашняя работа «Нахождение числа п». Измерение длины окружности и диаметра, вычисление их отношения).

Постановка предварительных заданий на уроке. Такие задания ставятся перед учащимся до изучения нового материала. Они активизируют внимание и мыслительную деятельность учащихся во время восприятия нового, делают восприятие более целенаправленным и повышают интерес учащихся к познанию.

(Фрагмент урока геометрии по теме «Некоторые свойства прямоугольных треугольников»:

Можно ли, зная 2 угла треугольника, найти третий угол?

Какой теоремой воспользовались?

 2) Можно ли, зная градусную меру острого угла треугольника, найти градусную меру двух других?

Каким свойством воспользовались?

А ещё в каких случаях?

Какое свойство вы можете сформулировать для острых углов прямоугольного треугольника?)

Использование экспериментов и жизненных наблюдений учащихся (осознание неточности своих представлений вызывает потребность в новых знаниях).

(Пример. При изучении в стереометрии темы «Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве». Даю вопросы по рисункам, какие искажения выделенных прямых наблюдаются на этих рисунках?



Что необычного в изображении этих фигур?

Данные изображения наглядно показывают необходимость доказательств всех утверждений стереометрии, и если в планиметрии можно увидеть в сравнении длины сторон и величины углов, то в стереометрии «построю», значит «докажу существование».)

Решение экспериментальных и теоретических познавательных задач. Проблемно-познавательная задача позволяет ученику получить новые знания и новые способы познания. Но условия задач могут быть составлены с расчетом на преимущественное овладение:

* основными понятиями и закономерностями науки и способами оперирования ими;
* мыслительными операциями и приемами умственной деятельности;

навыками решения творческих задач, в том числе экспериментальных.

Задания с элементами исследования. Они способствуют овладению определенными умениями и навыками, необходимыми для самостоятельного решения проблемных вопросов, вызывают проблемные ситуации, связанные с более частыми вопросами содержания, но позволяют отрабатывать отдельные этапы поиска и приобщают учащихся к методам научного исследования.

(Пример. Найдем площадь произвольного треугольника.

Урок выведения формулы для нахождения площади треугольника начинаю с самостоятельной работы учащихся.

Ученикам предлагаю задачу:

“Найдите площадь S прямоугольного треугольника, если один из катетов 3 см, а другой – 4 см.”

Анализируя задачу, отдельные ученики догадываются, что они, зная формулу площади прямоугольника, смогут решить эту задачу.

Повторяем теорему о нахождении площади прямоугольника.

Создается проблемная ситуация. Перед некоторыми учащимися возникает учебная проблема: “как вычислить площадь прямоугольного треугольника, зная формулу для нахождения площади прямоугольника?”

Чтобы решить эту проблему, дети предлагают: достроить данный треугольник до прямоугольника.

Объясняется, почему: если прямоугольный треугольник достроим до прямоугольника, то мы получим два равных треугольника, которые равны по двум катетам.

А так как площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон, то площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов. Значит,  6 (см2).

Теперь обращаю внимание учащихся на то, что решена пока только часть основной проблемы.

Далее предлагаю ученикам решить другую задачу “Найти площадь любого остроугольного треугольника”.

При помощи наводящих вопросов ученики находят способ. Они предлагают дополнить остроугольный треугольник до параллелограмма. Дополняем треугольник до параллелограмма. Затем доказываем, что полученные 2 треугольника равна по 3-му признаку равенства треугольников.

Ставлю вопрос: “чему равна площадь любого остроугольного треугольника?”

Ученики отвечают, что площадь любого остроугольного треугольника равна половине произведения его основания на высоту.

- Молодцы!

Решаем следующую учебную проблему: “найти площадь любого тупоугольного треугольника”.

Ученики с этой проблемой справляются быстро.

Теперь уже решаем проблему: “найти площадь произвольного треугольника”.

Учащиеся самостоятельно справляются с этой проблемой.

Ставлю вопрос: “чему равна площадь произвольного треугольника?”

- Ученики отвечают, что площадь произвольного треугольника равна половине произведения его основания на высоту.

- Это утверждение есть теорема о площади треугольника.)

Создание ситуации выбора. Такая ситуация возникает в результате столкновения различных точек зрения, использования задач с избыточными данными или выбора из нескольких способов наиболее рациональных.

Предложение выполнить практические действия. Проблемные ситуации практического характера возникают, когда учащимся предлагается выполнить действия, на первый взгляд, не вызывающие затруднений.

(Пример. Так, перед изучением темы о формуле корней квадратного уравнения учитель может обратить внимание на примеры, решенные на предыдущем уроке и дома способом выделения квадрата двучлена, и предложить для сравнения решить следующие уравнения: х2 + 8х – 10 = 0

Ребята приступают к работе и выполняют задание так:

х2 + 2 \* 4х + 16 – 16 – 10 = 0

(х + 4)2 – 26 = 0

 Примеры типа ( х+а )2 ± b = 0, где b не является квадратом целого числа, учащиеся еще не решали. И на этом этапе они обязательно споткнутся. После чего учитель объявляет, что известный ребятам способ решения квадратных уравнений выделения квадрата двучлена универсален, но требует каждый раз громоздких преобразований. Поэтому удобнее, решив квадратное уравнение в общем виде, вывести формулу его корней и в дальнейшем решать квадратные уравнения по этой формуле. Затем учитель объявляет новую тему урока, а ученики психологически готовы ее воспринять.)

Постановка проблемных вопросов и организация дискуссий. Проблемная ситуация возникает тогда, когда учитель выдвигает перед учащимися проблемный вопрос и организует вокруг него дискуссию. Вопрос является проблемным, если для школьников он новый, интересный, содержащий в себе какие-либо противоречия и может быть разрешен при известном напряжении умственных сил. Различные, иногда противоположные, высказывания учеников усиливают ситуацию проблемности и активизируют поиск.

(Пример. Вводим понятие первообразной. Предлагаются упражнения на повторение: найти производные следующих функций:

|  |
| --- |
|   |

Учащиеся дают ответ. Вопрос: если производная *sin x* равна функции *cos x*, то как бы вы назвали саму функцию *sin x*? Ответы самые разные: «до производная», «начальная», «самая первая» и т. д. Учащиеся заинтересованы а действительно, что это за функция? Вспоминают механический и геометрический смысл производной, делают вывод, что можно решить обратную задачу нахождения скорости по известной функции перемещения. Действует принцип заинтересованности, уже более внимательно читается учебник, есть желание разобраться.)

Использование межпредметных связей.

привлечение знаний по разным предметам для решения проблемных вопросов на уроке;

постановка проблемного вопроса межпредметного плана на уроке по одному предмету и его решение на уроке по другому предмету;

серия уроков по разным предметам, нацеленная на решение одной важной проблемы;

система поисковых самостоятельных работ, требующих привлечения знаний из смежных предметов;

специальные уроки, раскрывающие взаимосвязи наук, изучаемые смежными предметами;

систематическая повторяемость одних и тех же проблем на разном конкретном материале в разных классах и при изучении разных тем;

исследовательские задания.

(Пример, внеклассная работа: заинтересовать математикой можно и учащихся более склонных к гуманитарным предметам, а особенно, тех, кто увлечен компьютером. Как устроена музыка? Можно ли проверить алгеброй гармонию? ЭВМ пишут музыкальные мелодии.

В основе музыки лежит тон, или звук определенной частоты. Поэтому музыкальный тон можно измерить: появляются числа, а значит и математика. Ребят может удивить тот факт, что студенты музыкальных вузов порой не могут отличить написанное ЭВМ от написанного человеком. Известный русский математик, академик А.А.Марков применил теорию вероятностей и математическую статистику к исследованию текста «Евгения Онегина».)

Готовность ученика к проблемному обучению определяется прежде всего по его умению увидеть выдвинутую учителем (или возникшую в ходе урока) проблему, сформулировать ее, найти пути решения и решить наиболее эффективными приемами.

К выдвигаемой проблеме нужно предъявить несколько требований. Если хоть одно из них не выполнить, проблемная ситуация не будет создана.

1. Проблема должна быть доступной пониманию учащихся. Если до учащихся не дошел смысл задачи, дальнейшая работа над ней бесполезна.

2. Вторым требованием является посильность выдвигаемой проблемы.

3. Формулировка проблемы должна заинтересовать учащихся. Конечно, главным в создании интереса является математическая сторона дела, но весьма существенно подобрать и надлежащее словесное оформление.

4. Немалую роль играет естественность постановки проблемы. Если учащихся специально предупредить, что будет решаться проблемная задача, это может не вызвать у них интереса при мысли, что предстоит переход к более сложному.

 Отличительная черта теории проблемного обучения состоит в ее глубокой психологической обоснованности. Эта теория сознательно ставит своей целью использование собственно психологических закономерностей мышления для управления усвоением знаний.

Цель сложившегося типа обучения: усвоение результатов научного познания, вооружения учащихся знанием основ наук, привитие им соответствующих знаний и навыков.

Цель проблемного обучения более широкая: усвоение не только результатов научного познания, но и самого пути, процесса получения этих результатов, она включает еще и формирование познавательной деятельности ученика, и развитие его творческих способностей (помимо овладения системой знаний, умений и навыков). Здесь акцент делается на развитие мышления.

Метод проблемного обучения эффективно способствует формированию у учащихся математического склада мышления, интереса к предмету, прививает навыки исследовательской работы и желание самостоятельно решать возникшие ситуации. Он направлен на формирование мировоззрения учащихся, их познавательной самостоятельности, устойчивых мотивов учения и мыслительных способностей.

Герберт Спенсер, английский философ, говорил: «Великая цель образования – это не знания, а действия. … Дороги не те знания, которые откладываются в мозгу, как жир, дороги те, которые превращаются в умственные мышцы». Это высказывание четко определяет важнейшую задачу современной системы образования: формирование совокупности «универсальных учебных действий», обеспечивающих «умение учиться», способность личности к саморазвитию и самосовершенствованию путем сознательного и активного присвоения нового социального опыта, а не только освоение учащимися конкретных предметных знаний и навыков в рамках отдельных дисциплин.